

Pyramides

Fonctions récursives et types composés

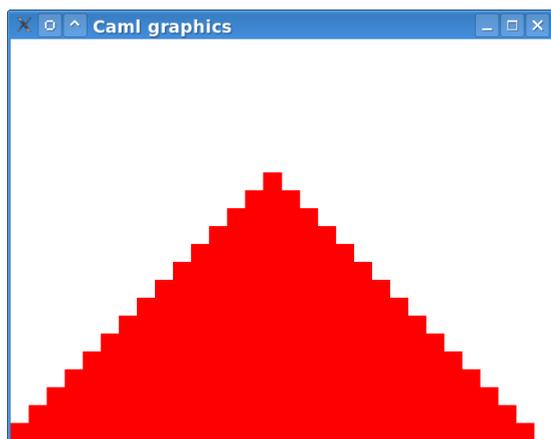


FIG. 1 – Pyramide de carrés

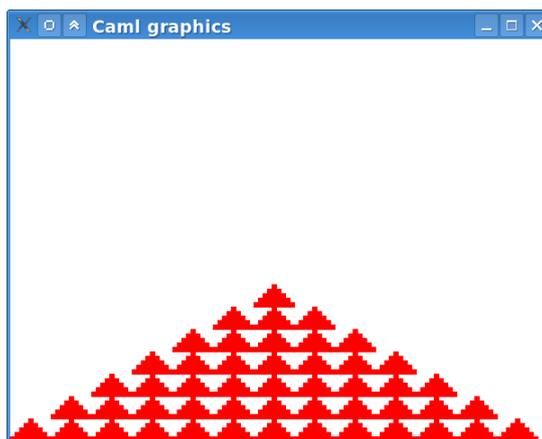


FIG. 2 – Pyramide de pyramides de carrés

On souhaite dessiner des pyramides de carrés (figure 1) et des pyramides de pyramides de carrés (figure 2). Ces dessins seront effectués par des fonctions récursives. Téléchargez le fichier `pyramides.ml`. Ce fichier contient les types et les fonctions nécessaires pour ouvrir une fenêtre graphique et dessiner un carré en Caml.

Dans ce TP, la géométrie en 2D est basée sur des objets de type `point` :

```
# type point = {x:int; y:int};;  
# let (creer_point : int -> int -> point) =  
    function x1 -> function y1 -> {x=x1; y=y1};;
```

Pour la fenêtre graphique Caml, l'origine du repère est l'angle inférieur gauche de la fenêtre. Dans la suite, toutes les positions de points sont exprimées en fonction de ce repère. Pour tracer des carrés, vous utiliserez la fonction `tracerCarre : point -> int -> unit`. Elle prend comme paramètres la position du point inférieur gauche du carré et la taille du carré. Répondez aux questions suivantes à l'endroit indiqué dans le fichier `pyramides.ml`.

Exercice 1

Pyramides de carrés

1. On représente une pyramide par un couple $(h, t) \in \mathbb{N}^2$, avec $h, t \neq 0$ où h représente la hauteur de la pyramide (le nombre de marches) et t la longueur du côté des carrés qui forment la pyramide. Définissez un type `pyramide`.
2. Concevez un algorithme qui à partir d'un point a , d'une taille t et d'un entier n , trace une ligne de n carrés de taille t . Le premier carré se situe au point a . Implémentez le dans la fonction `tracerLigneNCarrés`.

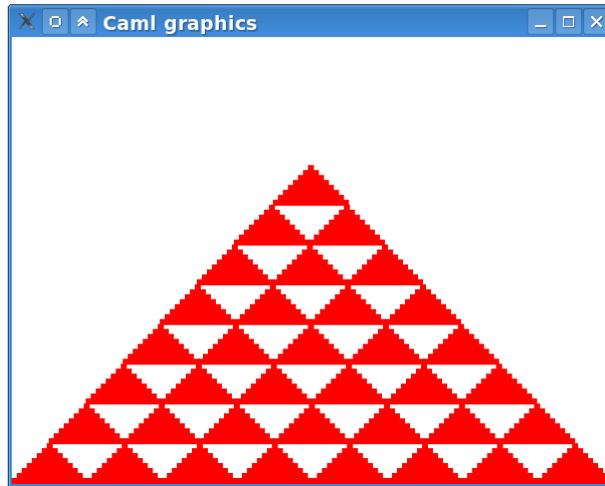


FIG. 3 – Pyramide dont les sous-pyramides ne sont pas alignées par colonnes

3. Déduisez en un algorithme qui, pour un point a et un objet p de type `pyramide`, trace la pyramide p positionnée en a .
Le résultat devra être similaire à la figure 1.
Implémentez cet algorithme dans la fonction `tracerPyramide`.

Exercice 2

Pyramides de pyramides de carrés.

On souhaite tracer des pyramides de pyramides de carrés. Ces pyramides de pyramides seront représentées par un couple formé d'une hauteur $h \in \mathbb{N}, h \neq 0$ et d'un objet de type `pyramide`.

En utilisant les types et fonctions précédentes :

1. Définissez le type `pypyramide` décrit ci-dessus.
2. Concevez un algorithme qui à partir d'un point a , une pyramide p et d'un entier n , trace une ligne de n pyramides p à partir du point a .
Implémentez le dans la fonction `tracerLigneNPyramides`.
3. En déduire un autre algorithme qui, à partir d'un point a et d'un objet pp de type `pypyramide`, trace la pyramide de pyramides pp positionnée en a .
Le résultat devra être similaire à la figure 2.
Implémentez cet algorithme dans la fonction `pyramidePyramides`.
4. En vous basant sur la question précédente, modifiez votre algorithme et implémentez le dans une fonction `pyramidePyramides2` pour que le résultat ressemble au résultat de la figure 3. Dans ce cas les pyramides ne sont pas alignées d'un rang à l'autre.